ECUACIONES Y SISTEMAS

A. Resuelve las ecuaciones y comprueba los resultados:

1. $\frac{x^2-32}{4}+\frac{28}{x^2-9}=0$ Sol $x_1=5$, $x_2=-5$, $x_3=4$, $x_4=-4$
2. $\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{13+\sqrt{x}}}}=2$ Sol: $x=2601$
3. $\sqrt{3x+1}-\sqrt{2x-1}=1$ Sol: $x_1=1$, $x_2=5$,
4. $\sqrt{x^2-13}+x-13=0$ Sol: x= 7
5. $4^{x+1}+2^{x+3}-320=0$ Sol x = 3
6. $3^{2(x+1)}-28\cdot 3^x+3=0$ $x_1=1$, $x_2=-2$
7. $2^{x-1}+2^{x-2}+2^{x-3}+2^{x-4}=960$ $x=10$
8. $3^x+3^{1-x}=4$ $x_1=0$, $x_2=1$
9. $4e^{-3x}-5e^{-x}+e^x=0$
10. $\mathrm{Log}(2^{2-x})^{2+x}+\log 1250=4$ Sol: $x_1=1$, $x_2=-1$
11. $\frac{\log 2+\lg(11-x^2)}{\log(5-x)}=2$ Sol: $x_1=3$, $x_2=1/3$
12. $(x^2-5x+9)\,log\,2+log\,125=3$ $x_1=2$, $x_2=3$
13. $3\log x-\log 32=\log\frac{x}{2}$ Sol: x = 4
14. $lg\sqrt{3x+1}-lg\sqrt{2x-3}=1-lg\,5$ Sol: 11/5

B. Resuelve los siguientes sistemas:

1. $\begin{cases}3\cdot 5^x+2\cdot 6^{y+1}=807\\ 15\cdot 5^{x-1}-6^y=339\end{cases}$ Sol $x=3$, $y=2$
2. $\begin{cases}lg\,x+lg\,y=3\\ 2\,lg\,x-2\,lg\,y=-1\end{cases}$ Sol: $x=10^{5/4}$, $y=10^{7/4}$
3. $\begin{cases}\lg_y(9-x)=1/2\\ \lg_x(y+9)=2\end{cases}$ Sol: $x=5$, $y=16$
4. $\begin{cases}\lg x-\lg y=1\\ x+y=22\end{cases}$ Sol: $x=20$, $y=2$
5. $\begin{cases}\lg_x(y-18)=2\\ \lg_y(x+3)=1/2\end{cases}$ Sol: $x=3/2$, $y=81/4$
6. $\begin{cases}\lg_2(3^y-1)=x\\ 3\cdot 2^x-2\cdot 3^y=6\end{cases}$ Sol: $x=3$, $y=2$
7. $\left.\begin{array}{l}x+y=70\\ \log x+\log y=3\end{array}\right\}$ Sol: $x=50$, $y=20$

TRIGONOMETRÍA

C. Un alumno observa en un determinado momento del día, que su sombra es de 45 cm, y la del Instituto es de 3,5 m. Sabe que su altura es 1,65 m. ¿Cuál es la altura del Instituto?

D. Sabemos que $\cos\alpha=\frac{3}{5}$ y que α está en el primer cuadrante. Calcula las restantes razones trigonométricas del ángulo α.

E. Sabemos que $\mathrm{cotg}\,\alpha=\frac{1}{2}$ y que α está entre 180º y 270º. Calcula las restantes razones trigonométricas del ángulo α.

F. Sabemos que $\sec\alpha=\frac{5}{4}$ y que α está entre 270º y 360º. Calcula las restantes razones trigonométricas del ángulo α.

G. Sabemos que $\tan\alpha=\frac{2}{5}$, y α está en el primer cuadrante. Calcula:

1. $\tan(90°-\alpha)$; 2. $sen(180°-\alpha)$; 3. $\cos(180°+\alpha)$; 4. $\mathrm{cotg}(-\alpha)$

H. Simplifica las siguientes igualdades trigonométricas:

1. $\frac{1+tg^2\alpha}{cotg\,\alpha}\,cos^2\alpha$; 2. $(1-sen^4\alpha)\,sec^2\alpha$; 3. $\left(\frac{1}{\cos\alpha}-\cos\alpha\right)cotg\,\alpha$

I. Demuestra las siguientes identidades trigonométricas:

a) $\mathrm{sen}\,\alpha-\mathrm{tg}\,\alpha.\cos\alpha=0$

b) $\sec^2\alpha.(\mathrm{cosec}^2\alpha-1)=\mathrm{cosec}\,\alpha$

c) $(1+\mathrm{tg}\,\alpha).(1-\mathrm{tg}\,\alpha)=2-\sec^2\alpha$

J. Resuelve la siguiente cuestión: Si cos α = ½, calcula tg 2α

K. Si cos α = 2/3, determina: cos(α – 60º)

L. Demuestra las siguientes identidades:

a. $\frac{tg\ \alpha \cdot cotg\ \alpha}{cosec\ \alpha} = sen\ \alpha$

b. $\frac{sen\,\alpha\ +\ cotg\,\alpha}{tg\,\alpha\ +\ \text{cosec}\,\alpha} = \cos\alpha$

M. Resuelve las siguiente ecuación:

$$\cos 2x - 3senx + 1 = 0$$

N. Simplifica la expresión: $\frac{\text{sen}(\pi+\alpha) - \cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}{\text{sen}\left(\alpha+\frac{3\pi}{2}\right)+\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)}$

O. Resuelve la siguiente cuestión: Si tg α =2, calcula sen 2α

P. Si sen α = 1/4, determina: sen(α – 45º)

Q. Demuestra las siguientes identidades:

$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{\text{cosec}^2\alpha - 1}{\text{cosec}^2\alpha}}$$

$$\sec^2\alpha + \text{cosec}^2\alpha = \sec^2\alpha \cdot \text{cosec}^2\alpha$$

R. Resuelve la siguiente ecuación:

$$tg\ x = 2\,sen^2 x$$

S. En un triángulo rectángulo, las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa miden 64 m y 225 m respectivamente. Halla la longitud de los tres lados del triángulo.

T. Halla la altura de un trapecio isósceles, sabiendo que sus bases miden 6 m y 16 m y los lados oblicuos 13 m cada uno de ellos.

U. Averigua la distancia a la que se encuentra un castillo que está situado en la orilla opuesta de un río, sabiendo que la torre más alta del mismo se ve desde nuestra orilla bajo un ángulo de 40º y alejándonos 100 m del río el ángulo es de 25º

V. Calcula el área de un decágono regular de 5 cm de lado.

W. Si vemos una chimenea bajo un ángulo de 30º, ¿bajo qué ángulo la veríamos si la distancia a la que nos encontramos de la misma fuese el doble? ¿Y si fuese el triple?

X. Resuelve el sistema:

$$\left.\begin{array}{r} x + y\ 120° \\ sen\ x + sen\ y = \frac{1}{2} \end{array}\right\}$$

Y. Resuelve la ecuación:

$$tg^2x + 3 = 4\ tg\ x$$